Conjuntos Neutrosóficos Tipo-k: Estructuras Triádicas Recursivas y su Realización Empírica en Modelos de Lenguaje de Gran Escala

Florentin Smarandache[1] · Maikel Leyva-Vázquez[2,3,4],*

[1] Department of Mathematics, University of New Mexico, Gallup, NM 87301, USA. smarand@unm.edu
[2] Facultad de Ciencias Matemáticas y Físicas, Universidad de Guayaquil, Ecuador
[3] Universidad Bolivariana del Ecuador, Durán, Ecuador
[4] Universidad Bernardo O'Higgins, Santiago, Chile
* Correspondencia: maikel.leyvavazquez@ug.edu.ec

Resumen. Introducimos los Conjuntos Neutrosóficos Tipo-k, una extensión recursiva de la lógica neutrosófica en la que cada componente epistémico (T, I, F) queda caracterizado por una tripleta neutrosófica completa, generando 3^k escalares por elemento a profundidad de recursión k. Demostramos una jerarquía expresiva estricta Tipo-1 ⊊ Tipo-2 ⊊ ⋯ ⊊ Tipo-k y definimos un operador de incrustación canónico y un operador de agregación recursivo que se reduce al Promedio Ponderado Neutrosófico de Valor Único (SVNWA) estándar en k = 1. Empíricamente, demostramos que los modelos de lenguaje de gran escala (LLMs) calculan implícitamente valores Tipo-2 cuando los protocolos de evaluación permiten componentes fuera de [0,1]: a lo largo de 2.419 evaluaciones de seis modelos fundacionales bajo cinco protocolos epistémicos, el 24,7% de todas las respuestas requieren representación Tipo-2, alcanzando el 97,3% bajo el protocolo de sobreconjunto S4-O.A. La restricción al Tipo-1 es un artefacto del protocolo, no un límite epistémico. Los Conjuntos Neutrosóficos Tipo-k proporcionan el primer marco formal que hace matemáticamente legítimos estos comportamientos de los LLMs.

Palabras clave: conjuntos neutrosóficos; neutrosófico tipo-2; neutrosófico recursivo; modelos de lenguaje de gran escala; incertidumbre epistémica; modelos fundacionales.

1. Introducción

La lógica neutrosófica de Smarandache [1] representa proposiciones como tripletas (T, I, F) donde T es el grado de verdad, I el grado de indeterminación y F el grado de falsedad, con T, I, F ∈ [0,1] de forma independiente (sin restricción de suma). Esta representación Tipo-1 ha encontrado aplicación en la toma de decisiones multicriterio [2], el procesamiento de imágenes y, más recientemente, en la evaluación epistémica de modelos de lenguaje de gran escala (LLMs) [3, 4].

Surge de forma natural una pregunta fundamental: si T es el grado en que una proposición es verdadera, ¿en qué medida es T mismo verdadero, indeterminado o falso? En la lógica difusa tipo 2 [5], los grados de pertenencia son a su vez conjuntos difusos, habilitando una segunda capa de incertidumbre. El análogo neutrosófico no había sido definido formalmente.

En este artículo cubrimos esa brecha. Introducimos los Conjuntos Neutrosóficos Tipo-k, donde cada componente de una representación Tipo-(k-1) es reemplazado por una tripleta

neutrosófica completa. La estructura resultante posee 3^k escalares por elemento a profundidad k y subsume el Tipo-1 como caso base.

Nuestra motivación es tanto teórica como empírica. En el plano teórico, la construcción es la extensión más natural de la lógica neutrosófica a la incertidumbre anidada. En el plano empírico, mostramos que los LLMs de última generación ya calculan valores Tipo-2 cuando los protocolos de evaluación abren el rango más allá de [0,1]: valores negativos de T ("anti-verdad"), I > 1 ("hiper-indeterminación") y F > 1 ("hiper-falsedad") aparecen en todos los proveedores bajo el protocolo apropiado.

2. Antecedentes

2.1 Conjuntos Neutrosóficos Tipo-1

Definición 1 (Conjunto Neutrosófico Tipo-1 [1]). *Sea U un universo de discurso. Un conjunto neutrosófico $A^{(1)}$ sobre U asigna a cada elemento $x \in U$ una tripleta $\mu^{(1)}(x) = (T, I, F)$, con $T, I, F \in [0,1]$ de forma independiente. No existe la restricción $T + I + F = 1$.*

2.2 Extensiones existentes

Los conjuntos neutrosóficos de valor de intervalo [2] permiten que T, I, F sean intervalos cerrados en [0,1]. La lógica neutrosófica refinada [6] descompone cada componente en subcomponentes $T \rightarrow (T_1,\ldots,T_p)$ manteniendo escalares en cada nivel. El sobreconjunto/subconjunto neutrosófico [7] permite componentes fuera de [0,1]. Los conjuntos plitogénicos [8] asignan grados de contradicción entre valores de atributo. Ninguno asigna una tripleta neutrosófica completa a cada componente, que es precisamente la característica definitoria de los Conjuntos Neutrosóficos Tipo-k.

3. Conjuntos Neutrosóficos Tipo-k

3.1 Definiciones

Definición 2 (Conjunto Neutrosófico Tipo-2). *Un Conjunto Neutrosófico Tipo-2 $A^{(2)}$ sobre U asigna a cada $x \in U$ nueve escalares organizados como tres tripletas anidadas: $T \rightarrow (T_T, I_T, F_T)$, $I \rightarrow (T_I, I_I, F_I)$, $F \rightarrow (T_F, I_F, F_F)$, donde los nueve escalares pertenecen a [0,1] de forma independiente. Esta es la construcción propuesta por Smarandache (comunicación personal, 2026-05-04): "podemos establecer una tripleta T, I, F para cada tipo de incertidumbre, contradicción, indeterminación, etc."*

Definición 3 (Conjunto Neutrosófico Tipo-3). *Cada uno de los nueve escalares de una representación Tipo-2 es a su vez reemplazado por una tripleta neutrosófica, generando 27 escalares por elemento. Para el componente T: $T_T \rightarrow (T_\{TT\}, I_\{TT\}, F_\{TT\})$, y análogamente para los demás subcomponentes.*

Definición 4 (Conjunto Neutrosófico Tipo-k). *Un Conjunto Neutrosófico Tipo-k se define recursivamente: (i) caso base $k = 1$ es el conjunto neutrosófico estándar; (ii) para $k \geq 2$, cada componente escalar de un elemento Tipo-$(k-1)$ es reemplazado por*

una tripleta neutrosófica completa. Cada elemento $x \in U$ queda caracterizado por 3^k escalares. El conjunto de conjuntos neutrosóficos Tipo-k sobre U se denota $NS^{(k)}(U)$.

Observación. De forma más general, T, I, F pueden ser conjuntos neutrosóficos en lugar de escalares, generando una construcción de dimensión infinita que subsume todos los Tipo-k finitos como proyecciones. El desarrollo formal de este caso queda para trabajo futuro.

3.2 Incrustación canónica y jerarquía

Definición 5 (Incrustación φ). *La incrustación canónica $\varphi: NS^{(k-1)}(U) \to NS^{(k)}(U)$ aplica a cada escalar s la tripleta (s, 0, 1−s).*

Teorema 1 (Jerarquía estricta). $NS^{(1)}(U) \subsetneq NS^{(2)}(U) \subsetneq \cdots \subsetneq NS^{(k)}(U)$.

Demostración / Prova. La inclusión ⊆ se sigue de la incrustación φ. Strictura ⊊ (testigo para k = 2): considérese una respuesta con T = −0,2 (anti-verdad). En Tipo-1, se requiere $T \in [0,1]$, por lo que T = −0,2 es inadmisible. En Tipo-2 se representa como (T_T = 0,0; I_T = 0,2; F_T = 0,8), una tripleta bien formada. Empíricamente se observaron 65 tales respuestas (2,7% de las evaluaciones). El testigo (T = 1,7; I = 1,8; F = 1,6) es inadmisible en cualquier marco Tipo-1 pero completamente representable en Tipo-2. ■

4. Operador de Agregación Recursivo

El SVNWA estándar [2] en Tipo-1 agrega n valores SVNS con pesos $w = (w_1,\ldots,w_n)$: $\text{SVNWA}(a_1,\ldots,a_n) = (1-\prod(1-T_i)^{w_i}, \prod I_i^{w_i}, \prod F_i^{w_i})$.

Definición 6 (SVNWA Tipo-k). *El SVNWA Tipo-k aplica el operador SVNWA de forma recursiva a cada sub-tripleta de forma independiente en cada nivel. Para Tipo-2: $SVNWA^{(2)}$ agrega cada una de las tres sub-tripletas (T_T,I_T,F_T), (T_I,I_I,F_I), (T_F,I_F,F_F) por separado usando el SVNWA estándar.*

Proposición 1 (Reducción). *$SVNWA^{(k)}$ se reduce al SVNWA estándar cuando todos los elementos son imágenes bajo φ (es decir, todas las sub-tripletas tienen I = 0 y F = 1−T).*

5. Evidencia Empírica: Los LLMs como Computadores Implícitos Tipo-2

5.1 Diseño experimental

Reanalizamos 2.419 evaluaciones de un estudio empírico multiproveedor [3]. Seis modelos fundacionales (Alibaba Qwen-3-235B, Anthropic Claude Sonnet 4, DeepSeek Chat, Meta Llama-4-Maverick, Mistral Medium-3.1, OpenAI GPT-4o) fueron evaluados sobre cinco fenómenos epistémicos bajo cinco protocolos: S1 (escalar clásico), S4 (marco Mason [4] de tres componentes), S4-N (neutrosófico por atributo), S4-O.A (sobreconjunto $T,I,F \in [0,2]$), S4-O.C (subconjunto $T,I,F \in [-1,2]$). Una respuesta requiere Tipo-2 si algún componente cae fuera de [0,1]. Datos y código: github.com/mleyvaz/typek-neutrosophic-sets.

5.2 Resultados

Tabla 1. Requerimiento Tipo-2 por protocolo.

Protocolo	n	Tipo-2 requerido	%

S4-O.A	300	292	97,3
S4-O.C	889	305	34,3
S4-N	300	0	0,0
S4	300	0	0,0
S1	300	0	0,0
S1-taut	90	0	0,0
Total	2.419	597	24,7

Tabla 2. Requerimiento Tipo-2 por proveedor (protocolos S4-O).

Proveedor	n	Tipo-2 requerido	%
Mistral Medium-3.1	435	130	29,9
OpenAI GPT-4o	377	100	26,5
Anthropic Claude Sonnet 4	408	108	26,5
Meta Llama-4-Maverick	355	81	22,8
DeepSeek Chat	431	97	22,5
Alibaba Qwen-3-235B	413	81	19,6

Tabla 3. Subtipos Tipo-2 en todas las evaluaciones.

Subtipo Tipo-2	n	% del total
I > 1 (hiper-indeterminación)	507	21,0
T > 1 (hiper-verdad)	129	5,3
F > 1 (hiper-falsedad)	91	3,8
T < 0 (anti-verdad)	65	2,7

5.3 Interpretación

Tres observaciones son centrales. Primero, la dicotomía cero vs. alto: los protocolos estándar producen 0% de respuestas Tipo-2 porque el formato impone [0,1]; los protocolos extendidos generan el 97,3% Tipo-2. La restricción es un artefacto del protocolo. Segundo, consistencia entre proveedores: el rango 19,6%–29,9% en los seis proveedores independientes descarta una idiosincrasia de un modelo específico. Tercero, el testigo (T = 1,7; I = 1,8; F = 1,6) se mapea a Tipo-2 como estado epistémico coherente que Tipo-1 no puede representar.

6. Conexiones con Marcos Neutrosóficos Existentes

La lógica neutrosófica refinada [6] aumenta la cardinalidad en un único nivel. Tipo-k aumenta la profundidad de recursión. Son ortogonales. Los tensores plitogénicos [3] asignan tripletas Tipo-1 por atributo, una estructura Tipo-2 a lo largo de la dimensión de atributos. Los Tensores SVN [9] son estructuras Tipo-1 a lo largo de los modos tensoriales; los Tensores Tipo-k (combinando ambos) son trabajo futuro natural. El Problema de Absorción [3] —donde I → 1 bajo protocolos estándar— queda ahora formalmente caracterizado como una proyección forzada Tipo-2 → Tipo-1.

7. Conclusión

Hemos introducido los Conjuntos Neutrosóficos Tipo-k, probado una jerarquía expresiva estricta y demostrado que los LLMs ya calculan valores Tipo-2 cuando el protocolo lo permite. Tres direcciones para trabajo futuro: (1) Tipo-3 para meta-incertidumbre; (2) generalización de subconjuntos más allá de la profundidad finita k; (3) distancia y agrupamiento Tipo-k de LLMs por profundidad de expresión epistémica.

Conflicto de intereses

Los autores declaran no tener conflicto de intereses.

Agradecimientos

Los autores agradecen a la Universidad de Guayaquil y a la Universidad Bolivariana del Ecuador por su apoyo institucional.

Referencias

[1] Smarandache, F. (1998). Neutrosophy: Neutrosophic Probability, Set, and Logic. American Research Press.

[2] Wang, H., Smarandache, F., Zhang, Y.Q., & Sunderraman, R. (2010). Single valued neutrosophic sets. Multispace & Multistructure, 4, 410–413.

[3] Leyva-Vázquez, M., & Smarandache, F. (2026). Plithogenic tensor neutrosophic logic: A formal foundation for declared-loss evaluation in LLMs. Manuscrito enviado.

[4] Mason, T. (2026). From scalars to tensors: Declared losses recover epistemic distinctions that neutrosophic scalars cannot express. arXiv:2604.09602.

[5] Mendel, J.M., & John, R.I. (2002). Type-2 fuzzy sets made simple. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 10(2), 117–127.

[6] Smarandache, F. (2013). n-Valued refined neutrosophic logic and its applications to physics. Progress in Physics, 4, 143–146.

[7] Smarandache, F. (2016). Neutrosophic overset, neutrosophic underset, and neutrosophic offset. Pons Editions.

[8] Smarandache, F. (2018). Plithogeny, plithogenic set, logic, probability, and statistics. Pons Publishing House.

[9] Leyva-Vázquez, M., & Smarandache, F. (2026). Single-valued neutrosophic tensors. arXiv (en preparación).

[10] Ye, J. (2014). A multicriteria decision-making method using aggregation operators for simplified neutrosophic sets. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 26(5), 2459–2466.

[11] Atanassov, K.T. (1986). Intuitionistic fuzzy sets. Fuzzy Sets and Systems, 20(1), 87–96.